View metadata, citation and similar papers at core.ac.uk

brought to you by CORE

provided by Elsevier - Publisher Connector

MATHEMATICS Proceedings A 92 (4), December 18, 1989

Déformations de l'algèbre des automorphismes d'un fibré principal

by Pierre B.A. Lecomte[1] et Claude Roger[2]

[1] *Institut de Mathématique, Université de Liège, 15, avenue des Tilleuls, B-4000 Liège, Belgique*
[2] *URA au CNRS no. 399, Département de Mathématique et Informatique, F-57045 Metz Cedex, France*

Communicated by Prof. W.T. van Est at the meeting of March 20, 1989

Cet article complète les résultats obtenus dans ([L.R$_1$], [L.R$_2$], [L.R$_3$]) pour les déformations des algèbres de courants de type simple et réductif. Les calculs développés dans ces articles permettent d'obtenir ici la cohomologie adjointe en degré 2 pour les automorphismes d'un fibré principal, de conclure à la rigidité pour le cas simple, et d'expliciter les déformations pour le cas réductif.

Ce travail a été réalisé dans le cadre des accords de coopération CNRS-CGRI 1987 et 1988: "Déformations des algèbres de Lie de dimension infinie et applications à la quantification géométrique".

I. RAPPEL DES DÉFINITIONS

Soit $P \to V$ un fibré principal de groupe G, de base une variété V à base dénombrable. Les champs de vecteurs tangents à P, équivariants pour l'action infinitésimale de l'algèbre de Lie $\mathbb{G}$ de G, constituent l'algèbre de Lie des automorphismes infinitésimaux du fibré P, notée aut (P). Ces champs de vecteurs se projettent canoniquement sur la base V, d'où un homomorphisme surjectif d'algèbres de Lie:

$$\text{aut}\,(P) \xrightarrow{\pi} \mathscr{A}(V) \to 0,$$

où $\mathscr{A}(V)$ désigne l'algèbre de Lie des champs de vecteurs sur V.

Le noyau de π est l'algèbre des courants associée au fibré P et notée $\mathbb{G}_P$; on rappelle que $\mathbb{G}_P$ s'identifie à l'algèbre de Lie des applications différentiables

G-équivariantes de P à valeurs dans $\mathbb{G}$. On obtient ainsi la suite fondamentale du fibré P:

$$0 \to \mathbb{G}_P \to \text{aut}\,(P) \xrightarrow{\pi} \mathscr{A}(V) \to 0.$$

On va étudier les déformations éventuelles de la structure d'algèbre de Lie de aut (P); il faut calculer tout d'abord le deuxième groupe de cohomologie de la représentation adjointe, en prenant les cochaînes locales au sens usuel: une p-cochaîne ω : aut $(P)^p \to$ aut (P) sera dite locale si pour tout p-uple $X_1, \ldots, X_p$ dans aut (P) on a:

$$\text{Support}\ \omega(X_1, \ldots, X_p) \subset \bigcap_{i=1}^{p} \text{Support}\ (X_i).$$

Le groupe H^2_{loc} (aut (P); aut (P)) classifie les déformations infinitésimales; on étudiera le cas échéant les obstructions au prolongement de ces déformations (voir [R.N] pour les généralités sur les déformations d'algèbres de Lie). Nous ferons les calculs pour le cas où $\mathbb{G}$ est simple et où $\mathbb{G} = GL(n, \mathbb{C})$.

II. LA SUITE SPECTRALE DE HOCHSCHILD-SERRE DE LA SUITE FONDAMENTALE

La cohomologie adjointe de $\mathbb{G}_P$ a été calculée en bas degrés dans ([L.R$_1$], [L.R$_2$]) et celle de $\mathscr{A}(V)$ est due principalement à Gelfand et à Fuks (voir par exemple le livre de D.B. Fuks faisant le point sur ce sujet [F]). La suite spectrale de Hochschild-Serre relative à l'idéal va nous permettre de nous ramener à des résultats connus.

On a:

$$E_2^{0,2} = H^0(\mathscr{A}(V);\ H^2(\mathbb{G}_P;\ \text{aut}\,(P))) = \text{Inv}_{\mathscr{A}(V)} H^2(\mathbb{G}_P;\ \text{aut}\,(P))$$

$$E_2^{1,1} = H^1(\mathscr{A}(V);\ H^1(\mathbb{G}_P,\ \text{aut}\,(P)))$$

$$E_2^{2,0} = H^2(\mathscr{A}(V);\ H^0(\mathbb{G}_P, \text{aut}\,(P))),$$

tous ces espaces de cohomologie étant locaux.

Etudions la suite exacte longue associée à la suite $0 \to \mathbb{G}_P \to \text{aut}\,(P) \to \to \mathscr{A}(V) \to 0$ considérée comme suite exacte courte de $\mathbb{G}_P$-modules. On a:

$$0 \to H^0(\mathbb{G}_P;\ \mathbb{G}_P) \to H^0(\mathbb{G}_P,\ \text{aut}\,(P)) \to H^0(\mathbb{G}_P, \mathscr{A}(V)) \xrightarrow{\partial} H^1(\mathbb{G}_P, \mathbb{G}_P) \to$$

$$\to H^1(\mathbb{G}_P,\ \text{aut}\,(P)) \to H^1(\mathbb{G}_P, \mathscr{A}(V)) \xrightarrow{\partial} H^2(\mathbb{G}_P, \mathbb{G}_P) \to$$

$$\to H^2(\mathbb{G}_P;\ \text{aut}\,(P)) \to H^2(\mathbb{G}_P;\ \mathscr{A}(V)) \to \ldots.$$

Nous allons maintenant distinguer les deux cas:

Si $\mathbb{G}$ est simple, les résultats de [L.R$_1$] montrent que $H^0(\mathbb{G}_P, \mathbb{G}_P) = 0$ et $H^1(\mathbb{G}_P, \mathbb{G}_P) = \mathscr{A}(V)$, chaque champ de vecteurs $X \in \mathscr{A}(V)$ induisant la dérivation $A \to \nabla_X A$ pour $A \in \mathbb{G}_P$, où ∇ est la dérivation covariante de $\mathbb{G}_P$ associée à une connexion sur P. Ici $H^0(\mathbb{G}_P;\ \mathscr{A}(V)) = \mathscr{A}(V)$ car l'action de $\mathbb{G}_P$ sur $\mathscr{A}(V)$ est triviale, et le connectant ∂ induit un isomorphisme de $\mathscr{A}(V)$ sur $\mathscr{A}(V)$. Donc $H^0(\mathbb{G}_P;\ \text{aut}\,(P)) = 0$ et $E_2^{2,0} = 0$.

D'autre part $H^1(\mathbb{G}_P, \mathcal{A}(V)) = \mathrm{Hom}\,(H_1(\mathbb{G}_P, \mathcal{A}(V))$ et $\mathbb{G}_P$ étant parfaite ([L]), $H^1(\mathbb{G}_P, \mathcal{A}(V)) = 0$ et donc $E_2^{1,1} = 0$. Les calculs de [L.R$_1$] montrent que $H^2(\mathbb{G}_P; \mathbb{G}_P) = \Lambda_2(V)$, l'espace des 2-tenseurs antisymétriques contravariants sur V, si $\mathbb{G}$ est de type A_1 pour $1 \geq 2$ et que cet espace est nul sinon. D'autre part $H^2(\mathbb{G}_P, \mathcal{A}(V)) = \mathrm{Hom}\,(H_2(\mathbb{G}_P); \mathcal{A}(V))$.

Le théorème de S. Bloch ([B]) implique que $H_2(\mathbb{G}_P) = \Omega^1(V)/d\Omega^0(V)$ et donc $H^2(\mathbb{G}_P; \mathcal{A}(V)) = \mathrm{Hom}\,(\Omega^1(V)/d\Omega^0(V), \mathcal{A}(V))$, cet espace d'homomorphismes étant à comprendre dans le sens local.

L'espace $E_2^{0,2} = \mathrm{Inv}_{\mathcal{A}(V)}(H^2(\mathbb{G}_P;\ \mathrm{aut}\,(P)))$ va s'obtenir à partir de

$$\mathrm{Inv}_{\mathcal{A}(V)} H^2(\mathbb{G}_P, \mathbb{G}_P) \text{ et } \mathrm{Inv}_{\mathcal{A}(V)} H^2(\mathbb{G}_P; \mathcal{A}(V)),$$

et la nullité de ces deux termes va résulter du lemme suivant, dont la preuve – élémentaire – est laissée au lecteur:

LEMME. *Soit L une application linéaire locale entre des tenseurs de type (p, q) et des tenseurs de type (p', q') sur une variété V invariante par l'action naturelle de l'algèbre $\mathcal{A}(V)$.*

(1) *Si $(p, q) \neq (p', q')$ alors $L = 0$.*

(2) *Si $(p, q) = (p', q')$, L est donnée par la multiplication par une constante.*

De la nullité des trois termes de la suite spectrale engendrant le H^2 dans le cas où $\mathbb{G}$ est simple, on déduit le

THÉORÈME 1. *Si P est un fibré principal de groupe simple, alors*

$$H^2_{\mathrm{loc}}(\mathrm{aut}\,(P); \mathrm{aut}\,(P)) = 0$$

et l'algèbre aut (P) *est rigide.*

Examinons maintenant le cas où $G = GL(n, \mathbb{C})$.

L'algèbre $\mathbb{G}_P$ se décompose: $\mathbb{G}_P = \mathbb{G}_{0P} \oplus N\mathbb{1}$, où $\mathbb{G}_0$ désigne $sl(n, \mathbb{C})$ et N l'algèbre associative des fonctions différentiables à valeurs complexes sur V.

On a $H^0(\mathbb{G}_P, \mathbb{G}_P) = N$, et comme précédemment $H^0(\mathbb{G}_P, \mathcal{A}(V)) = \mathcal{A}(V)$, l'action étant triviale.

D'autre part, d'après ([L.R$_2$]), $H^1(\mathbb{G}_P, \mathbb{G}_P) = \mathcal{A}(V) \oplus \mathrm{Hom}_{\mathrm{loc}}(N, N)$ et $H^1(\mathbb{G}_P, \mathcal{A}(V)) = \mathrm{Hom}_{\mathrm{loc}}(N, \mathcal{A}(V))$ car dans ce cas $H_1(\mathbb{G}_P) = N$ ([L]). Donc $H^0(\mathbb{G}_P;\ \mathrm{aut}\,(P)) = N$ et $E_2^{2,0} = H^2(\mathcal{A}(V); N)$.

L'espace $H^1(\mathbb{G}_P,\ \mathrm{aut}\,(P))$ s'insère alors dans la suite exacte suivante, déduite de la suite exacte longue écrite précédemment:

$$0 \to \mathrm{Hom}_{\mathrm{loc}}(N, N) \to H^1(\mathbb{G}_P;\ \mathrm{aut}\,(P)) \to$$

$$\to \mathrm{Hom}_{\mathrm{loc}}(N, \mathcal{A}(V)) \xrightarrow{\partial} H^2(\mathbb{G}_P, \mathbb{G}_P) \to H^2(\mathbb{G}_P,\ \mathrm{aut}\,(P)) \to$$

$$\to H^2(\mathbb{G}_P; \mathcal{A}(V)) \to \dots.$$

Dans [L.R$_2$] figure la description suivante de $H^2(\mathbb{G}_P, \mathbb{G}_P)$. On a

$$H^2(\mathbb{G}_P, \mathbb{G}_P) = \Lambda_2(V) \oplus \mathrm{Hom}_{\mathrm{loc}}(N, \mathscr{A}(V)) \oplus$$
$$\oplus \mathrm{Hom}_{\mathrm{loc}}(\Omega(V)/d\Omega^0(V), N) \oplus \Lambda^2_{\mathrm{loc}}(N, N).$$

D'autre part,

$$H^2(\mathbb{G}_P, \mathscr{A}(V)) = \mathrm{Hom}_{\mathrm{loc}}(H_2(\mathbb{G}_P); \mathscr{A}(V)) =$$
$$= \mathrm{Hom}_{\mathrm{loc}}(\Omega^1(V)/d\Omega^0(V); \mathscr{A}(V)) \oplus \Lambda^2_{\mathrm{loc}}(N, \mathscr{A}(V)).$$

Ici encore l'homomorphisme connectant ∂ est un isomorphisme et on obtient $H^1(\mathbb{G}_P; \mathrm{aut}\,(P)) = \mathrm{Hom}_{\mathrm{loc}}(N, N)$, et l'espace $H^2(\mathbb{G}_P, \mathrm{aut}\,(P))$ s'insère dans une suite exacte:

$$0 \to \Lambda_2(V) \oplus \mathrm{Hom}_{\mathrm{loc}}(\Omega^1(V)/d\Omega^0(V), N) \oplus \Lambda^2_{\mathrm{loc}}(N, \mathscr{A}(V)) \to$$
$$\to H^2(\mathbb{G}_P, \mathrm{aut}\,(P)) \to \mathrm{Hom}_{\mathrm{loc}}(\Omega^1(V)/d\Omega^0(V), \mathscr{A}(V)) \oplus$$
$$\oplus \Lambda^2_{\mathrm{loc}}(N, \mathscr{A}(V)) \to \dots.$$

Le lemme précédent permet alors de voir que:

$$E_2^{0,2} = \mathrm{Inv}_{\mathscr{A}(V)} H^2(\mathbb{G}_P, \mathrm{aut}\,(P)) = 0.$$

Le calcul du terme $E_2^{1,1}$ va résulter du lemme ci-dessous:

LEMME. *L'inclusion naturelle $I: N \hookrightarrow \mathrm{Hom}_{\mathrm{loc}}(N, N)$ induit un isomorphisme en cohomologie*

$$H^*(\mathscr{A}(V); N) \xrightarrow{I^*} H^*(\mathscr{A}(V); \mathrm{Hom}_{\mathrm{loc}}(N, N)).$$

DÉMONSTRATION. On applique pour calculer $H^*(\mathscr{A}(V), \mathrm{Hom}_{\mathrm{loc}}(N, N))$ les mêmes techniques que dans [W.L]. On se contentera ici de reprendre les étapes clés et de préciser les adaptations nécessaires. Pour les détails et les définitions, en particulier relatifs aux symboles, le lecteur est reporté à [W.L]. La première étape consiste à montrer le résultat pour $V = \mathbb{R}^m$ et la seconde à le globaliser. En ce qui concerne cette dernière étape, il suffit de reprendre les raisonnements ([W.L] § B p. 211), les adaptations allant de soi.

Soit alors un cocycle T sur $\mathscr{A}(\mathbb{R}^m)$ à valeurs dans $\mathrm{Hom}_{\mathrm{loc}}(N, N)$ considéré comme opérateur de $\mathscr{A}(\mathbb{R}^m) \times N$ à valeurs dans N, et son symbole dans l'ordre lexicographique:

$$\sigma_T(\xi_0, \dots, \xi_p, \eta; X_0, \dots, X_p),$$

les ξ_i étant les variables symboliques associés aux champs X_i et η représentant les dérivées partielles portant sur la fonction $u \in N$.

Si σ_T est d'ordre lexicographique $(r_0, \dots, r_{p-1}, s)$ alors l'ordre lexicographique de $\sigma_{\delta T}$ s'obtient, comme dans [W.L] p. 200, en insérant un 1 parmi ceux de l'ordre de σ_T (δ représente ici l'opérateur cobord de la cohomologie considérée). Les contributions de $\sigma_{\delta T}$ à cet ordre sont justiciables de la même interprétation que leur analogue de [W.L], si ce n'est qu'ici la représentation de $gl(m, \mathbb{R})$ qu'il convient de considérer est l'espace $\mathscr{P}_s$ des polynômes homogènes de degré s en $\eta \in (\mathbb{R}^m)^*$.

Or: $H^*(gl(m, \mathbb{R}); \mathscr{P}_s) = H^*(gl(m, \mathbb{R}), \mathbb{R}) \oplus \mathrm{Inv}^*_{gl(m, \mathbb{R})}(\mathscr{P}_s)$ et, pour $s>0$, $\mathrm{Inv}^*_{gl(m, \mathbb{R})}(\mathscr{P}_s) = 0$. Ceci prouve que T est cohomologue à un cocycle d'ordre 0 en u et l'application I^* est donc surjective pour $V = \mathbb{R}^m$. Montrons qu'elle est injective et supposons donc $T = \delta S$ où T est d'ordre 0 en $u \in N$. Si S est d'ordre >0 en u, alors son symbole σ_S à cet ordre est un cocycle pour la représentation indiquée ci-dessus et donc un cobord. On voit ainsi que, quitte à corriger S par des cobords, on peut le supposer d'ordre 0 en u, d'où la conclusion.

Le lemme implique donc $E_2^{1,1} = H^1(\mathscr{A}(V), N)$.

Les espaces $H^*(\mathscr{A}(V), N)$ ont été déterminés par D.B. Fuks et V.I. Lozik; on a le résultat suivant:

$$H^i(\mathscr{A}(V), N) = H^i_{DR}(P(V))$$

où $P(V)$ est l'espace total du fibré principal unitaire associé au complexifié du fibré tangent à V et H^i_{DR} désigne que le i-ème groupe de cohomologie de de Rham ([F] p. 144, Thm. 2.4.7).

Examinons les différentielles intervenant dans le calcul de $E_\infty^{2,0}$ et de $E_\infty^{1,1}$, soient

$$E_2^{0,1} \xrightarrow{d_2} E_2^{2,0} \text{ et } E_2^{1,1} \xrightarrow{d_2} E_2^{3,0}.$$

Comme

$$E_2^{3,0} = H^3(\mathscr{A}(V), H^0(\mathbb{G}_P, \text{aut } (P))) = H^3(\mathscr{A}(V); N) = H^3_{DR}(P(V))$$

et

$$E_2^{0,1} = H^0(\mathscr{A}(V); H^1(\mathbb{G}_P, \text{aut } (P))) = H^0(\mathscr{A}(V), \mathrm{Hom}_{\mathrm{loc}}(N, N)) =$$
$$= H^0(\mathscr{A}(V), N) = \mathbb{R},$$

il est immédiat de voir que les différentielles sont nulles et

$$E_2^{2,0} = E_\infty^{2,0} \text{ et } E_2^{1,1} = E_\infty^{1,1}.$$

Nous avons donc déterminé l'espace des déformations infinitésimales de aut (P).

THÉORÈME 2. *Si P est un $GL(n, \mathbb{C})$-fibré principal, alors:*

$$H^2_{\mathrm{loc}}(\text{aut } (P); \text{aut } (P)) = H^1_{DR}(P(V)) \oplus H^2_{DR}(P(V)).$$

La cohomologie de $P(V)$ se calcule facilement pour les bas degrés, et on a:

$$H^1_{DR}(P(V)) = H^1_{DR}(V) \oplus \mathbb{R}.D \text{ et } H^2_{DR}(P(V)) = H^2_{DR}(V)$$

la classe D étant associée à la divergence. Si la variété V est compacte, l'espace des déformations infinitésimales de aut (P) est de dimension finie, ce qui contraste grandement avec le cas de $\mathbb{G}_P$.

On peut donner une description plus explicite de ces cochaînes.

Soit une connexion sur P, donnée par la 1 forme $\theta \in \Lambda^1(P, so(n))$. On note $X \mapsto X^h$ le relèvement horizontal de $\mathscr{A}(V)$ dans aut (P) associé à θ et $A \to A^v$ le relèvement vertical de $\mathbb{G}_P$ dans aut (P). L'anneau N s'envoie dans aut (P) par $u \to u\xi$ où ξ désigne l'élément fondamental associé à l'élément $\mathbb{1}$ de $gl(n, \mathbb{R})$.

Soit φ_θ : aut $(P) \to N$ définie par $\varphi_\theta(A) = tr(\theta(A))$. On vérifie aisément que $\varphi_\theta \cdot \xi$: aut $(P) \to$ aut (P) est un 1-cocycle, θ étant à valeurs dans $so(n)$.

Si ω est une p-cochaîne de $\mathscr{A}(V)$ à valeurs dans N, son relèvement dans aut (P) sera noté encore ω par abus de notation et $\omega\xi$ est alors une p-cochaîne de aut (P) à valeurs dans lui-même.

L'espace $H^2_{\mathrm{loc}}(\text{aut } (P), \text{aut } (P))$ est alors engendré par les classes du type $(\omega \wedge \varphi_\theta)\xi$ et $\eta \cdot \xi$, ω et η étant respectivement des 1 et des 2-cocycles de $\mathscr{A}(V)$ à valeurs dans N.

REMARQUE. Les classes $\omega \cdot \xi$ et $\varphi_\theta \xi$ engendrent l'espace

$$H^1_{\mathrm{loc}}(\text{aut } (P), \text{aut } (P)) = \mathbb{R} \oplus H^1_{DR}(P(V)).$$

La classe $(\omega \wedge \varphi_\theta)\xi$ est donc obtenue par cup-produit de deux classes de degré 1.

Dans le cas particulier où la variété est 2-connexe, on a

$$H^2_{\mathrm{loc}}(\text{aut } (P), \text{aut } (P)) = \mathbb{R}$$

et la seule déformation infinitésimale possible est donnée à un scalaire près par le cocycle $(\omega \wedge \varphi_\theta)\xi$ où ω représente la divergence.

III. DÉFORMATIONS D'ORDRE SUPÉRIEUR À 1 ET DÉFORMATIONS VRAIES

On rappelle ([N.R]) que l'obstruction à prolonger à l'ordre 2 une déformation infinitésimale associée à un cocycle C est le crochet de Richardson-Nijenhuis de ce cocycle avec lui-même, noté $[\![C, C]\!]$, dont la classe de cohomologie est dans $H^3_{\mathrm{loc}}(\text{aut } (P), \text{aut } (P))$.

On calcule aisément que:

$$[\![(\eta_1 + \omega_1 \wedge \varphi_\theta)\xi, (\eta_2 + \omega_2 \wedge \varphi_\theta)\xi]\!] = -n(\eta_1 \wedge \omega_2 + \eta_2 \wedge \omega_1)\xi.$$

Les obstructions au prolongement des déformations sont toutes situées dans le sous-espace

$$H^3_{DR}(P(V)) = H^3(\mathscr{A}(V), N) = E^{3,0}_\infty \hookrightarrow H^3_{\mathrm{loc}}(\text{aut } (P), \text{aut } (P)).$$

Posons $C = (\eta + \omega \wedge \varphi)\xi$. Si la classe $[\omega]$ contient la divergence, le cocycle $[\![C, C]\!]$ n'est cohomologue à 0 dans $H^3_{DR}(P(V))$ que si $[\eta]$ est nul: en effet, il résulte des calculs de [L.W] que la multiplication par la divergence de $H^2_{DR}(P(V))$ dans $H^3_{DR}(P(V))$ est injective.

Si η est nul, on a une déformation vraie donnée par:

$$[\,\cdot\,,\,\cdot\,]_\lambda = [\,\cdot\,,\,\cdot\,] + \lambda(\omega \wedge \varphi_\theta)\xi.$$

Si ω est associée à une classe de $H^1_{DR}(V)$, la classe de cohomologie de $[\![C, C]\!]$ n'est autre que celle de $\omega \wedge \eta$ dans $H^3_{DR}(V)$. On a alors le

THÉORÈME 3. *Si $H^3_{DR}(V)=0$, alors toute déformation infinitésimale de* aut (P) *de la forme:*

$$P_\lambda = [\ ,\ ] + \lambda(\eta + \omega \wedge \varphi_\theta)\xi \text{ avec } [\eta] \in H^2_{DR}(V), [\omega] \in H^1_{DR}(V),$$

se prolonge en une déformation formelle.

DÉMONSTRATION. Grâce à l'hypothèse $H^3_{DR}(V)=0$, on voit aisément qu'il existe des formes $\eta_k \in \Omega^2(V)$, $\eta_1 = \eta$, avec $d\eta_{k+1} = -n\eta_k \wedge \omega$. La déformation annoncée s'écrit alors

$$P'_\lambda = P_\lambda + \sum_{k \geq 2} (\lambda^k \eta_k)\xi.$$

D'où le théorème.

REMARQUE. Sans l'hypothèse $H^3_{DR}(V)=0$, l'existence de solutions pour le système d'équations:

$$d\eta_{k+1} = -n\eta_k \wedge \omega, \quad k \geq 1,$$

est liée à la nullité du produit de Massey $\langle [\omega], [\eta], [\omega] \rangle$ et de ses itérés $\langle [\omega], [\eta], [\omega], \dots, [\omega] \rangle$ (Massey [M]).

BIBLIOGRAPHIE

[B] Bloch, S. – The dilogarithm and extensions of Lie algebras. Algebraic *K*-theory. Evanston 1980. Springer L.N. 854 (1981).

[F] Fuks, D.B. – Cohomologie des algèbres de Lie de dimension infinie. (en russe). Editdions Mir (1984).

[L] Lecomte, P.B.A. – On some ideals of a Lie algebra of order zero. Bull. Soc. Roy. Sc. Liège 1-2 (1980), p. 33.

[L.R$_1$] Lecomte, P.B.A. et C. Roger – Rigidity of current Lie algebras of complex simple type. Journal of London Mathematical Society (2) 37, 232–240 (1988).

[L.R$_2$] Lecomte, P.B.A. et C. Roger – Sur les déformations des algèbres de courants de type réductif. C.R.A.S. Paris T.303, série I, 807–810 (1986).

[L.R$_3$] Lecomte, P.B.A. et C. Roger – Formal deformations of the associative algebra of smooth matrices. Letters in Math. Physics **19**, 55–63 (1988).

[M] Massey, W.S. – Some higher order cohomology operations. (Symposium internacional de Topologia Algebrica, Mexico 1958).

[N.R] Nijenhuis, A. et M. Richardson – Deformations of Lie algebra structures. Journal of Math. and Mech., Vol. **17**, 39–105 (1967).

[W.L] Wilde de, M. et P.B.A. Lecomte – Cohomology of the Lie algebra of smooth vector fields on a manifold associated with the Lie derivative of smooth forms. J. Math. Pures and Appl. **62**, pp. 197–214 (1983).